Räumliche Verzahnungsberechnung

DHBW
Duale Hochschule Baden-Württemberg
Stuttgart
Campus Horb

Das Problem

Die exakte Kenntnis der Werkzeug- und Zahnradflanken ist unabdingbar für die Entwicklung und Optimierung von Getrieben. Die räumlichen Geometrien von Zahnrädern sind sehr komplex und erfordern erheblichen Programmieraufwand.

Die Idee

Ein allgemeiner Ansatz zur Berechnung von allen Werkzeug- und Zahnradflanken durch die Simulation ihrer Fertigung. Berechnung der Zahnflanken einschließlich der Krümmungen für die Tragfähigkeitsberechnung und Tragbildoptimierung. Durch einen modularen Programmbaukasten sind neue Zahnradprogramme schnell umsetzbar.

Die Theorie

Die Werkstückflanke $\vec{\vec{x}}(u,v)$ ist die Hüllfläche der Werkzeugflanke $\vec{x}(u,v)$

Zu einem Zeitpunkt t berühren sich die erzeugende Fläche und die Hüllfläche längs der Berührlinie (Charakteristik). Ein Flächenpunkt liegt auf der Berührlinie wenn seine Gleitgeschwindigkeit in der Tangentialebene liegt (räumliches Verzahnungsgesetz).

Flächennormale in Plücker-Koordinaten $n = \left(\vec{n}, \vec{N}\right) = \left(\vec{n}, \vec{x} \times \vec{n}\right)$

Geschwindigkeiten und Beschleunigungen als Winder: $b = \left(\vec{\omega}, \vec{v}_0\right) \quad b_t = \left(\vec{\omega}_t, \vec{v}_{0,t}\right)$

Liniengeometrische Darstellung des räumlichen Verzahnungsgesetzes:

$$\boxed{F(u,v,t) = (\vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{x})\,\vec{n} = \vec{v}_0\,\vec{n} + \vec{\omega}\,\vec{N} = (\vec{\omega}, \vec{v}_0)\,(\vec{n}, \vec{N}) = b\,n = 0}$$

Ein Flächenpunkt liegt genau dann auf der Berührlinie, wenn die gemeinsame Flächennormale im linearen Komplex des Bewegungswinders liegt.

Zusammenhang zwischen den Fundamentalformen von Hüllfläche und erzeugender Fläche:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{x} = \alpha^i \vec{x}_i \quad , \quad \vec{x}_1 = \frac{\partial \vec{x}}{\partial u}, \vec{x}_2 = \frac{\partial \vec{x}}{\partial v}$$

$$\overline{G} = JGJ^t \quad , \quad \overline{H} = J(H+B)J^t \quad ,$$ G, H ... erste und zweite Fundamentalform

$$B = \frac{1}{F_i \alpha^i - F_t} \begin{bmatrix} F_1^2 & F_1 F_2 \\ F_1 F_2 & F_2^2 \end{bmatrix} \quad , \quad F_1 = \frac{\partial F}{\partial u}, F_2 = \frac{\partial F}{\partial v}, F_t = \frac{\partial F}{\partial t}$$

$$F_t \neq 0 \Rightarrow J = \frac{1}{F_t} \begin{bmatrix} F_t - F_1 \alpha^1 & -F_1 \alpha^2 \\ -F_2 \alpha^1 & F_t - F_2 \alpha^2 \end{bmatrix} \quad , \quad F_t = 0, F_v \neq 0 \Rightarrow J = \begin{bmatrix} 1 & v_1 \\ \alpha^1 & \alpha^2 \end{bmatrix}$$

Steinbeis-Transferzentrum
Simulation im Maschinenbau